# Capítulo 1. A TODO GAS. El vehículo. Motores. Caballos de vapor. Velocidad y gasto de combustible. Uso razonable del vehículo.

Justo Roberto Pérez Cruz

*Departamento de Física. Facultad de Ciencias. Universidad de La Laguna*

*Notas del curso "La Ciencia en casa" de los Estudios Universitarios para Adultos y Mayores de la Universidad de La Laguna. EUPAM 2020*

## 1. Introducción

Cuando compramos un coche habitualmente nos fijamos en su color, su línea, los accesorios, obviamente el precio, pero normalmente pasamos por alto otros detalles que encontramos en su hoja técnica y que merece la pena comentar.

## 2. Tipo de motor

En primer lugar el tipo de motor:

Tenemos varias posibilidades:

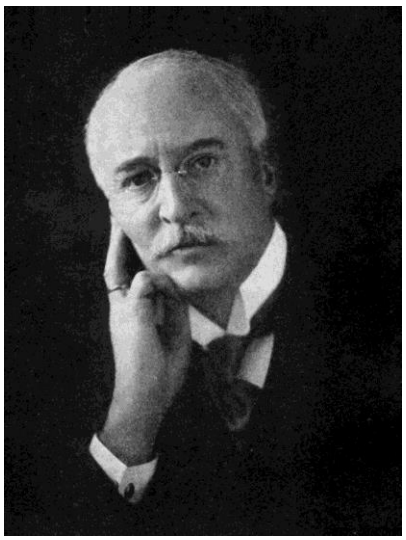
- Diesel
- Gasolina
- Híbrido
- Eléctrico.

Vamos a centrarnos en los dos primeros. El diésel y la gasolina son dos tipos diferentes de combustible, adecuados para dos tipos diferentes de motor.

Centremos primero la atención en el diésel y gasolina.

El primero de los casos es un tipo motor diseñado a finales del siglo XIX por el ingeniero alemán Rudolf Diesel (1858-1913).

El segundo está basado en un tipo de motor ideado por el ingeniero alemán Nikolaus Otto (1832-1891).



La diferencia entre ambos diseños de motor se basa en que en el ciclo ideado por Otto se inyecta una mezcla de aire y combustible en el cilindro, la cual se comprime mediante un pistón reduciendo su volumen hasta un valor determinado en el cual mediante el salto de una chispa se provoca la combustión explosiva de la mezcla la cual hace retroceder el pistón provocando el movimiento. Una vez que se deja escapar los gases producto de la combustión, el ciclo se repite.

En el caso del ciclo ideado por Diesel, en el cilindro solo entra aire, el cual se comprime

y una vez alcanzado el máximo de compresión se inyecta el combustible. Dada la alta temperatura alcanzada por el aire en la compresión, la combustión tiene lugar sin necesidad de chispa eléctrica provocando el desplazamiento del pistón y por tanto su movimiento. Análogamente al caso anterior, una vez expulsados los gases producto de la combustión el ciclo se repite nuevamente.

Ambos tipos de motores operan sincronizando el funcionamiento de varios cilindros a la vez de manera que cuando uno de ellos se comprime el otro se expande y así el motor puede funcionar de forma ininterrumpida a gran velocidad.

# 3. Características del motor

## 3.1 Cilindrada

La cilindrada del motor está medida en función de la diferencia entre el máximo $V_1$ y mínimo $V_2$ volumen que alcanza el gas encerrado en el cilindro, es decir el volumen recorrido por el pistón. La cilindrada corresponde a esta diferencia multiplicada por el número de cilindros.

Así por ejemplo la ficha técnica del Ford Kuga nos ofrece un motor con una cilindrada de 1.5 l o $1500\ cm^3$ con cuatro cilindros, lo que indica que en cada cilindro el pistón recorre un volumen de

$$\frac{1500cm^3}{4} = 375\ cm^3$$

No todos los motores son iguales e incluso dos vehículos con la misma cilindrada y el mismo número de cilindros estos pueden ser diferentes. Sus características vienen dadas por dos parámetros:

El diámetro del cilindro (bore) $d$, y la carrera del mismo (stroke) $l$. La cilindrada $C$ corresponde al volumen de un cilindro de diámetro de la base $d$ y altura $l$ multiplicado por el número de cilindros que está dada por

$$C = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \times l \times n$$

## 4. Disposición

Estos cilindros no están colocados siempre de igual forma, en el caso del Ford Kuga nos dice que se trata de cuatro cilindros en línea, es decir que los cilindros están alineados uno tras otro, pero existen otras configuraciones.

La configuración alternativa más común es en V es decir que los cilindros se alinean en dos filas orientadas formando un determinado ángulo, lo que ofrece algunas ventajas mecánicas cara a minimizar vibraciones y aumentar la vida del motor a cambio de ocupar un mayor espacio.

Los motores en línea son los más utilizados por su bajo coste de fabricación y mantenimiento, sin embargo cuando el

número de cilindros aumenta el motor en línea se hace muy largo y son sustituidos por los motores en V que son más compactos y se adecúan mejor a las condiciones de espacio de los vehículos.

## 5. Relación de compresión

Un parámetro que aparece en nuestra ficha técnica es la relación de compresión. Esta relación indica el cociente entre el máximo y mínimo volumen encerrado en el cilindro según el recorrido del pistón

$$r = \frac{V_1}{V_2}$$

En este caso encontramos una significativa diferencia entre dicho valor para los vehículos de gasolina y los vehículos diésel.

En el caso del motor de gasolina la relación de compresión es del orden de 10:1 mientras que en el del motor diésel están en un rango 15:1 a 20:1. En el caso del motor del Ford Kuga 16:1.

La relación de compresión es relevante a la hora de evaluar el rendimiento del motor. El rendimiento de un motor se define como la relación entre lo que consume y lo que produce.

En términos físicos el rendimiento se establece como el cociente entre el calor generado en la combustión y el trabajo producido, pero dado que este calor es proporcional al combustible consumido, podemos entender que el rendimiento es una medida de la relación entre el gasto de combustible y el trabajo producido para mover el vehículo.

Tanto en el caso del motor de gasolina como en el caso del diésel el rendimiento aumenta al aumentar la relación de compresión, pero en el caso del motor de gasolina si la compresión es muy alta el combustible detona espontáneamente y se pierde la sincronización entre los cilindros y el motor pierde eficiencia y puede sufrir daños.

Este problema no existe en el caso del motor diésel ya que al comprimirse solo aire no existe la detonación espontánea.

La facilidad de detonación de la gasolina se mide tomando como referencia una mezcla de heptano e isooctano. El heptano es un hidrocarburo con formado por una cadena línea con siete átomos de carbono que detona fácilmente, mientras que el isooctano es un hidrocarburo ramificado con ocho átomos de carbono que detona con más dificultad.

**El octanaje se mide en función de las propiedades de detonación del combustible comparadas con una mezcla de laboratorio de heptano e isooctano**

El octanaje de la gasolina se valora en función de la proporción de octano en una mezcla de heptano e isooctano con la misma facilidad de detonación.

Así una gasolina de 95 octanos tiene una facilidad de detonación similar a una mezcla de 95% de octano y 5% de heptano, igualmente ocurre con la gasolina de 98 octanos.

Durante muchos años se utilizó el tetraetilo de plomo con un aditivo para aumentar el octanaje de la gasolina, pero debido a los problemas con el medio ambiente, este aditivo ha dejado de utilizarse siendo sustituido por otras mezclas alternativas

que no contienen plomo, dando lugar a la gasolina sin plomo que se usa actualmente.

## 6. La potencia.

Un parámetro relevante del motor es la potencia. Esta viene dada en el sistema internacional de unidades en kilovatios aunque la unidad más frecuentemente utilizada es el caballo de vapor.

Para entender lo que es un kilovatio necesitamos comprender lo que es un julio y lo que es un newton.

Partimos de la masa de 1 kg. Aunque decimos que un objeto pesa 1 kilogramo en realidad debemos decir que tiene una masa de 1 kilogramo.

1 Newton (N) es la fuerza que se necesita para provocar en un objeto de masa 1 kilogramo una aceleración de $1ms^2$

La gravedad de la tierra ejerce sobre cada objeto sobre su superficie una fuerza que corresponde a $F = mg$ donde g es la acelaración de la gravedad que está dada por

$$g = 9.8ms^2$$

Así pues, sobre una masa de 1 kg la tierra ejerce una fuerza de

$$F = 1kg \times 9.8ms^2$$

Es decir de

$$F = 9.8\ N$$

Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo a lo largo de una determinada distancia decimos que dicha fuerza efectúa un trabajo sobre el mismo que está dado por el producto de la fuerza por la distancia

$$W = F.d$$

La unidad de trabajo es el julio (J) que corresponde al trabajo realizado por una fuerza de 1 Newton que desplaza su punto de aplicación 1 metro.

Así pues levantar una masa de 1 kilogramo a lo largo de 1 metro requiere un trabajo de

$$W = 9.8N \times 1m = 9.8\ J$$

Este trabajo puede realizarse en menos o más tiempo. La relación entre el trabajo realizado y el tiempo invertido en realizarlo se denomina potencia.

**El caballo de vapor se introdujo para comparar el trabajo realizado por una máquina en un determinado tiempo con el realizado por un caballo en el mismo tiempo.**

La unidad de potencia es el Vatio (W) que corresponde a la realización de un trabajo de 1 julio en 1 segundo.

Levantar una masa de 1 kilogramo a lo largo de 1 metro en un segundo requiere una potencia de

$$P = 9.8Js^{-1} = 9.8W$$

El caballo de vapor es una unidad de potencia que equivale a 735 W.

La unidad más común de potencia es el kilowatio. De esta forma

$$1CV = 0.735\ kW$$

o bien

$$1kW = 1.36CV$$

Al caballo de vapor también se le denota como PS que corresponde a la inicial de

pferdestärke que corresponde al término caballo de vapor en alemán.

## El par motor

Para comprender lo que es un par de fuerzas es necesario visualizar una fuerza que actúa sobre una barra a cierta distancia de un punto determinado. El momento de la fuerza respecto de dicho punto es el producto de la fuerza por la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el punto en cuestión.

En el caso de un motor el par motor está relacionado con la potencia y la velocidad angular

## Arbol de levas

Cada pistón está unido a una biela y estas están unidas a un cigüeñal que convierte el movimiento de ida y vuelta del pistón en movimiento rotatorio. Cada cilindro tiene al menos dos válvulas, una de admisión y otra de escape. El mecanismo que abre y cierra dichas válvulas se denomina árbol de levas.

Un motor SOHC (single overhead camshaft) indica que tiene un único árbol de levas que controla las válvulas de admisión y de escape y un motor DOHC (Double overhead camshaft) indica que tiene un árbol de levas para las válvulas de admisión otro para las de escape.

## Sistema de inyección.

En los motores diésel el combustible es incorporado al cilindro utilizando una bomba de inyección. Su diseño ha cambiado considerablemente con el tiempo, estableciendo significativas mejoras sobre el mismo.

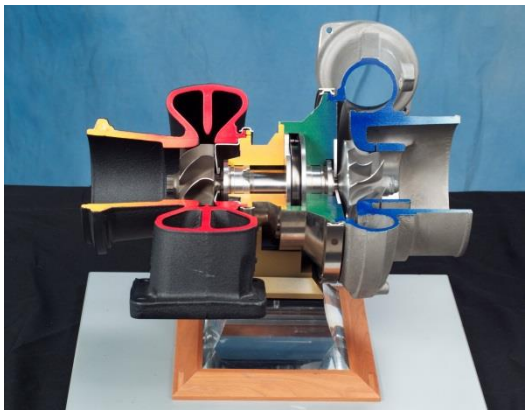
En los motores de gasolina antiguos la mezcla de combustible y aire se llevaba a cabo en el carburador, un recinto fuera del cilindro en el que se producía la mezcla. En los últimos tiempos los vehículos utilizan el sistema de inyección directa en el que el combustible es inyectado directamente en el cilindro con ayuda de una bomba. Esta inyección es controlada electrónicamente así como la proporción de aire y combustible.

Se entiende como mezcla estequiométrica (factor $\boldsymbol{\lambda = 1}$) la proporción de aire y gasolina (14,7 partes en masa de aire por cada una de gasolina). Una mezcla con mayor cantidad de combustible se denomina una mezcla rica $\boldsymbol{\lambda < 1}$y una mezcla pobre con menor cantidad de combustible es una mezcla rica $\boldsymbol{\lambda > 1}$.

## Motores turbo

En los motores antiguos los gases de la combustión eran expulsados directamente a la atmósfera. Sin embargo la energía contenida en estos gases (aún a una considerable temperatura y presión) puede ser utilizada de diversas formas.

Una forma de utilizar dicha energía es la de instalar una pequeña turbina que funciona sincronizadamente con un compresor. Esta turbina es movida por los gases de escape y el compresor permite incorporar al cilindro aire comprimido en lugar de aire a presión atmosférica. Esto aumenta la potencia y el rendimiento del motor sin necesidad de aumentar su cilindrada.



Así pues encontramos en algunos modelos las siglas TDCi (Turbocharged diesel common rail injection)

## Sistema de refrigeración

Todo motor precisa de un sistema de refrigeración para evitar que la temperatura suba demasiado y puedan producirse daños en el mismo.

Esto se consigue con un circuito por el que circula un fluido refrigerante que intercambia calor con la atmósfera en el radiador.

Este fluido refrigerante está compuesto por una mezcla de agua y glicol de etileno o propileno. Esta mezcla tiene la ventaja de que disminuye la temperatura de congelación y aumenta la de ebullición del agua por lo que permanece líquida tanto a temperaturas bajo cero así como por encima de la temperatura de ebullición normal (puede llegar a cubrir un rango de -37ºC a 108ºC).

Son muchos más los elementos que se encuentran en nuestro vehículo que requieren atención.

## Caja de cambios

La caja de cambios es un sistema de engranaje que cambia la relación entre la velocidad de giro del cigüeñal y la velocidad de giro de las ruedas.

Cuando la velocidad angular transmitida a las ruedas disminuye, el par del motor aumenta y viceversa.

El sistema de movimiento del motor y el de las ruedas se encuentran conectados por un disco que se denomina disco de embrague. Para realizar el cambio de marchas el movimiento del motor y el de las ruedas se desconectan utilizando un dispositivo que se denomina embrague.

El sistema de cambios puede ser manual o automático. En el sistema manual el disco de embrague se desconecta (desembraga) pisando el correspondiente pedal. En el sistema automático la transmisión tiene lugar a través de un sistema hidráulico que no necesita de la intervención manual.

## Las ruedas

Las ruedas son el elemento esencial del movimiento de un vehículo ya que proporcionan el agarre con la carretera que permite que este se mueva.

Las ruedas están formadas de caucho con una cámara de aire cuya presión debemos vigilar.

Para comprender la importancia de la fricción de las ruedas distinguiremos entre la fricción de agarre y la fricción de rodadura.

La fricción de agarre podemos medirla tratando de mover el coche con las ruedas inmovilizadas. Esta fricción interesa que sea alta ya que es lo que permite al coche moverse. Cuando esta fricción se ve disminuida por ejemplo por estar la carretera mojada, con hielo o con arena, el coche patina y podemos tener un accidente.

La fricción de rodadura podemos entenderla como la que provoca que si dejamos el coche libre este se detenga. Es decir fricción con la rueda rodando.

Una presión insuficiente provoca :

- Mayor desgaste del neumático.
- Aumenta el riesgo de un reventón.
- Aumenta la distancia de frenado.
- Aumenta la fricción de rodadura y por tanto el consumo de combustible.

Una presión excesiva:

- Reduce la superficie de contacto y por tanto aumenta el riesgo de derrape
- Provoca un desgaste irregular del neumático y reduce su vida media.

La presión adecuada depende del tipo de vehículo y del tamaño del neumático. Cada fabricante da unos valores estándar que deben ser medidos con el vehículo en frío ya que al aumentar la temperatura después de una circulación larga aumenta la presión y por tanto la lectura puede ser errónea.

En relación a las unidades debemos entender que la presión corresponde a la fuerza realizada sobre una superficie por unidad de área, por lo que las unidades de presión siempre están dadas en función de estas dos magnitudes.

En los medidores podemos encontrar psi (pound square inch) que quiere decir una fuerza de una libra (equivalente al peso de una libra) por una pulgada cuadrada.

En el sistema internacional la unidad de medida es el pascal (Pa) que corresponde a la fuerza de 1 newton aplicada sobre 1 metro cuadrado, si bien esta es una unidad pequeña y suele utilizarse en su lugar el bar.

$$1\ bar = 10^5 Pa$$

La unidad de 1 bar es muy próxima a la de 1 kilogramo fuerza por centímetro cuadrado que equivale a la presión ejercida por la masa de 1 kilogramo apoyada en una superficie de 1 centímetro cuadrado, por lo que en muchas ocasiones la unidad en las ruedas del coche se refiere a esta unidad.

$$1\ bar = 1.02 kgf cm^2$$

## Los frenos.

Una parte fundamental de un vehículo es el sistema de frenado. El sistema de frenado se realiza por fricción. El dispositivo más común es el de frenos de disco, en el que al pisar el pedal del freno, un circuito hidráulico hace que unas placas de alto coeficiente de fricción (pastillas de freno) se presionen contra un disco que gira con la rueda, provocando la disminución de su velocidad de giro.

Una frenada brusca puede hacer que una o varias ruedas se bloqueen mientras el coche se sigue moviendo debido a su inercia por lo que el conductor pierde el control sobre el coche. En los coches antiguos los conductores expertos evitaban esto pisando repetidamente (bombeando) el pedal del freno en lugar de pisarlo de forma continua.

Los coches actuales están equipados con un sistema electrónico que realiza esta función liberando presión en el circuito hidráulo si se detecta que una diferencia en el frenado de las ruedas. Este sistema denominado con las siglas ABS del término alemán Antiblockiersystem.

## La energía

Un vehículo obtiene su energía de la quema del combustible. Si miramos a las tablas de combustible observamos valores tipo estableciendo que la gasolina tiene un poder calorífico de 34.78 MJ/litro y el diésel 38.65 MJ/litro.

Esto significa que en la combustión de 1 litro de combustible se libera esta cantidad de energía. Sin embargo solo un porcentaje esta energía es aprovechable en producir movimiento en el vehículo. Esto depende de las características del motor, cuyo rendimiento se mide en términos del trabajo que es capaz de producir en función del calor liberado en la quema del combustible.

Una parte importante de ese calor se libera a la atmósfera, bien a través de los gases de escape o bien a través del sistema de enfriamiento del radiador.

El trabajo mecánico no se emplea todo en mover el vehículo sino que una parte se emplea en mover los propios engranajes del mismo.

Ahora bien, cuanto trabajo se emplea realmente en mover el coche. En primer lugar en provocar una aceleración en el mismo, es decir modificar su energía cinética que la medimos como

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Donde $m$ es la masa del vehículo y $v$ su velocidad. En segundo lugar en modificar su energía potencial que la medimos como

$$E_p = mgh$$

donde $m$ es la masa $g = 9.81ms^{-2}$ es la aceleración de la gravedad y $h$ es la altura a la que se encuentra desde un punto de referencia.

Una forma de ilustrar la potencia de un coche es evaluando el tiempo que tarda en adquirir una cierta velocidad normalmente $100kmh^{-1}$. Si el coche parte desde cero entonces ese cambio de velocidad corresponde a la realización de un trabajo para variar su energía cinética

$$W = \frac{1}{2}mv^2$$

Como la potencia es el trabajo realizado por unidad de tiempo entonces tenemos que si en adquirir dicha velocidad se ha tardado un tiempo $t$ entonces la potencia estará dada por

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{t}$$

## Frenado y fricción

Si circulamos por una carretera llana la energía potencial permanece constante y no requiere consumo de combustible. Si no existiera fricción con el aire y con la carretera el vehículo se mantendría moviéndose a velocidad constante sin necesidad del uso del motor.

¿Qué ocurre cuando un coche frena o se detiene?. Su energía cinética disminuye o se hace cero.

¿A dónde ha ido a parar su energía?. La energía se ha perdido en forma de calor a través del dispositivo de frenado y no es recuperable. Para restablecer su velocidad es necesario volver a variar su energía cinética lo cual requiere un gasto adicional de combustible.

Por otra parte en el movimiento del vehículo este debe a su vez vencer la resistencia de la fricción con la carretera y con el aire.

En el segundo caso la fricción con el aire depende de la forma del vehículo pero de forma genérica esta fricción no depende de la velocidad sino del cuadrado de la velocidad del vehículo. A velocidad pequeña esta fricción no es muy grande pero cuando sobrepasamos los 100 km/h, esta resistencia toma valores significativos. La dependencia con el cuadrado de la velocidad hace que aumentar un 10% de la velocidad provoque un aumento del 20% en la resistencia (y por tanto del gasto de combustible)

Así pues como conducción eficiente entendemos aquella en la que la velocidad no es demasiado elevada, la velocidad se mantiene lo más uniforme posible sin frenazos y acelerones permanentes. Es decir conducir con tranquilidad. Si tenemos prisa por llegar hay una solución, salir antes.

Por tanto una regla de eficiencia energética es la de salir con tiempo suficiente y realizar una conducción tranquila. No solo ahorraremos energía sino que además disfrutaremos más del viaje.

## Referencias


- C. Edmonson, *Fast car physics*, (2011) Johns Hopkings University Press. (Accesible punto Q biblioteca de la ULL)
- B. Parker, *The Isaac Newton school of driving*. Physics and your car. Johns Hopkings University Press. (2003)

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/Mechanics/auto.html


## Apéndice

### Sobre la velocidad y la aceleración.

Cuando un objeto cambia de velocidad con el tiempo, su velocidad es el cambio de posición relativo al tiempo transcurrido. Es decir si recorre 1 km en 1 hora diremos que tiene una velocidad de $v = 1kmh^{-1}$, pero si recorre 100 kilómetros en dicha hora su velocidad será $v = 100kmh^{-1}$. Habitualmente no observamos distancias tan grandes pero si observamos que recorre 300 metros en 10 segundos entonces diremos que recorre 30 metros en cada segundo y que por tantos su velocidad es de

$$v = 30ms^{-1}$$

Teniendo en cuenta que 1 hora son 60 minutos y cada minuto son 60 segundos, pues tenemos que cada hora son 3600 segundos, por lo que el objeto anterior recorrerá $30 \times 3600 = 108.000$ metros en una hora es decir llevará una velocidad de

$$v = 108kmh^{-1}$$

En este caso estamos suponiendo que el objeto se mueve sobre una línea recta y su velocidad es uniforme. La velocidad vendrá dada como el cociente entre la distancia recorrida $s$ y el tiempo invertido en recorrerla $t$

$$v = \frac{s}{t}$$

Si la velocidad no es uniforme, por ejemplo una piedra que cae hacia el suelo, esta puede variar de forma regular es decir que su variación con el tiempo es constante. En este caso decimos que el objeto sigue un movimiento uniformemente acelerado.

La aceleración corresponde a la variación de velocidad relativa al intervalo de tiempo en que se ha producido.

Así por ejemplo, supongamos que en 10 segundos la velocidad ha pasado de $10ms^{-1}$ a $30ms^{-1}$ entonces la aceleración será

$$a = \frac{30ms^{-1} - 10ms^{-1}}{10s} = 2ms^{-2}$$

Un objeto en caída vertical se mueve con un movimiento uniformemente acelerado siendo la aceleración

$$a = 9.81ms^{-2}$$

que habitualmente es denotada como $g$.

De forma general un cuerpo puede moverse siguiendo una trayectoria cualquiera en el espacio. Su posición la caracterizamos por tres coordenadas $(x, y, z)$ y podemos definir una velocidad atendiendo a la variación de cada una de esas coordenadas. Tendremos así pues tres valores que denotamos como $(v_x, v_y, v_z)$. En relación a la variación de estas velocidades con el tiempo podemos definir así mismo tres componentes para la aceleración $(a_x, a_y, a_z)$.

La herramienta matemática para denotar este conjunto de componentes es un vector, así pues hablamos de vector de posición

$$\vec{r} = (x, y, z)$$

vector velocidad

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

y vector aceleración

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$

Todas estas magnitudes dependen del tiempo por lo que las representamos como funciones

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$\vec{v} = \vec{v}(t)$$

$$\vec{a} = \vec{a}(t)$$

El cálculo infinitesimal permite relacionar estos tres vectores a través de la derivación que representa la variación de una magnitud respecto de otra en este caso el tiempo. Así pues la velocidad será la derivada de la posición respecto del tiempo

$$\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\vec{r}(t)$$

y la aceleración será la derivada de la velocidad respecto del tiempo

$$\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t)$$

De forma recíproca el espacio viene determinado por la integral de la velocidad

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \int_0^t \vec{v}(t)dt$$

Donde $\vec{r}(0)$ representa la posición en instante inicial $t = 0$.

Análogamente la velocidad corresponde a la integral de la aceleración

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0) = \int_0^t \vec{a}(t)dt$$

donde $\vec{v}(0)$ es la velocidad en el instante inicial $t = 0$.

Dado que la integral (o cuadratura) representa el área encerrada bajo una curva, representando en una curva la aceleración y la velocidad podemos encontrar de forma sencilla las relaciones entre ellas.

Así por ejemplo en un sistema para el cual la aceleración es cero la integral es cero y por tanto

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0) = 0$$

Es decir

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(0)$$

El objeto se mueve con velocidad constante.

El espacio recorrido estará dado por el área encerrada bajo una recta horizontal y corresponderá a

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \int_0^t \vec{v}(0)dt$$

Que corresponderá a

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \vec{v}(0)t$$

En el caso del movimiento monodimensional corresponde a

$$e = vt$$

Donde $e$ es el espacio recorrido, $v$ la velocidad constante y $t$ el tiempo.

En el caso de que el objeto se mueva con una aceleración constante $\vec{a}(t) = a(0)$ la velocidad estará dada por

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0) = \int_0^t \vec{a}(0)dt$$

y por similar razonamiento al caso anterior tenemos

$$\vec{v}(t) - \vec{v}(0) = \vec{a}(0)t$$

o lo que es lo mismo

$$\vec{v}(t) = \vec{v}(0) + \vec{a}(0)t$$

El espacio recorrido vendrá dado pues por

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \int_0^t (\vec{v}(0) + \vec{a}(0)t)dt$$

que puede ponerse como

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \int_0^t \vec{v}(0)dt + \int_0^t \vec{a}(0)tdt$$

El primer término en cada una de sus componentes es el área de un rectángulo de altura $\vec{v}(0)$ y base t por lo que su valor es

$$\int_0^t \vec{v}(0)dt = \vec{v}(0)t$$

El segundo término es el área de un triángulo de altura $\vec{a}(0)t$ y base t por lo que su valor es

$$\int_0^t \vec{a}(0)tdt = \frac{1}{2}\vec{a}(0)t^2$$

El término del espacio recorrido puede ponerse pues como

$$\vec{r}(t) - \vec{r}(0) = \vec{v}(0)t\frac{1}{2} + \vec{a}(0)t^2$$

Puede ocurrir que el movimiento sea acelerado solo en una dirección concreta, como por ejemplo ocurre con un objeto que se mueve en la proximidad de la superficie terrestre y que es acelerado verticalmente en su movimiento de caída.

En este caso tenemos según el apartado anterior que la aceleración

$$\vec{a} = (0,0,-g)$$

Donde se ha tomado las coordenadas $(x, y, z)$ de manera que z sea la coordenada vertical.

El movimiento en las componentes $x, y$ corresponderá al caso de un movimiento uniforme, mientras que el movimiento en la componente z (o movimiento vertical) corresponderá a un movimiento acelerado, en este caso con aceleración negativa.